Numerično iskanje ekstremov

GRAFIČNA DOLOČITEV

Maksimume in minimume funkcije lahko približno ocenimo, če funkcijo narišemo v programih kot je gnuplot, ali pa funkcijo v Excelu tabeliramo in jo narišemo.

METODA ZLATEGA REZA

Za funkcijo $f(x)$ vemo, da ima na intervalu $[a, b]$ samo maksimum ali samo minimum. Metoda deluje na podoben način, kot bisekcija v primeru iskanja ničel. Najprej določimo dve točki na intervalu tako da velja $a < c < d < b$, in da je razdalja med a in c enaka razdalji med d in b in ju izračunamo kot

$$c = a + (1 - r)(b - a)$$
$$d = b - (1 - r)(b - a)$$

Če iščemo minimum je naš nov interval $[a, d]$, če je $f(c) < f(d)$, in $[c, b]$, če je $f(c) > f(d)$. Če iščemo maksimum je nov interval $[a, d]$, če je $f(c) > f(d)$, in $[c, b]$, če je $f(c) < f(d)$. Če izberemo r, da računamo pri manjšanju intervala samo eno točko, ima le ta vrednost zlatega reza $r = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Algoritem iskanja minimuma je naslednji

- Izračunamo c in d po formuli
- Če je $f(c) < f(d)$, imamo $b = d$ in $d = c$, izračunamo nov c, če pa ni , imamo $a = c$ in c= d, izračunamo nov d
- Postopek ponavljamo, dokler je interval daljši od želene natančnosti

Primer: Minimum polinoma x^6-x-1=0 z natančnostjo 0,0001. Minimum leži na intervalu [0,1]. Kriterij za končanje uporabimo, ko je velikost intervala manjše od želene natančnosti.

a	b	c	d	$f(c)$	$f(d)$	ε
0	1	0.381966011	0.618033989	-1.378860391	-1.562305899	1
0.381966011	1	0.618033989	0.763932023	-1.562305899	-1.565172342	0.618034
0.618033989	1	0.763932023	0.854101966	-1.565172342	-1.465899464	0.381966
0.618033989	0.854101966	0.708203932	0.763932023	-1.582035704	-1.565172342	0.236068
0.618033989	0.763932023	0.673762079	0.708203932	-1.580213028	-1.582035704	0.145898
0.673762079	0.763932023	0.708203932	0.729490169	-1.582035704	-1.578788986	0.09017
0.673762079	0.729490169	0.695048315	0.708203932	-1.582305216	-1.582035704	0.055728
0.673762079	0.708203932	0.686917696	0.695048315	-1.581859914	-1.582305216	0.034442
0.686917696	0.708203932	0.695048315	0.700073314	-1.582305216	-1.582350363	0.021286
0.695048315	0.708203932	0.700073314	0.703178934	-1.582350363	-1.582287617	0.013156
0.695048315	0.703178934	0.698153935	0.700073314	-1.582354313	-1.582350363	0.008131
0.695048315	0.700073314	0.696967694	0.698153935	-1.582343607	-1.582354313	0.005025
0.696967694	0.700073314	0.698153935	0.698887072	-1.582354313	-1.582355919	0.003106

0.698153935	0.700073314	0.698887072	0.699340176	-1.582355919	-1.58235499	0.001919
0.698153935	0.699340176	0.698607039	0.698887072	-1.582355759	-1.582355919	0.001186
0.698607039	0.699340176	0.698887072	0.699060143	-1.582355919	-1.582355738	0.000733
0.698607039	0.699060143	0.698780109	0.698887072	-1.582355924	-1.582355919	0.000453
0.698607039	0.698887072	0.698714002	0.698780109	-1.582355887	-1.582355924	0.00028
0.698714002	0.698887072	0.698780109	0.698820965	-1.582355924	-1.582355932	0.000173
0.698780109	0.698887072	0.698820965	0.698846216	-1.582355932	-1.582355931	0.000107
0.698780109	0.698846216	0.69880536	0.698820965	-1.582355931	-1.582355932	6.61E-05