

## 7. naloga

### Diferencialne enačbe

#### 1. naloga

Z Eulerjevo, izboljšano Eulerjevo in Runge Kutta metodo reši diferencialno enačbo na intervalu  $[0,10]$

$$y' = \frac{y + x^2 - 2}{1 + x}$$

pri začetni vrednosti  $y(0) = 2$ . Uporabi različne velikosti koraka (0'2, 0'1, 0'05) in primerjaj dobljene rešitve z analitično rešitvijo, ki je enaka

$$y = x^2 + 2x + 2 - 2(x + 1)\ln(x + 1)$$

#### 2. naloga

Izračunajte hitrostni profil za padanje železne kroglice s premerom 5 mm v tekočinah z različnimi viskoznostmi in gostotami. Ko kroglico damo v tekočino nanjo delujejo sila teže, sila vzgona in, ko se kroglica giblje, linearna sila upora. Program naj vam izračuna hitrostni profil in ga zapiše v datoteko. Podatke potem narišite z gnuplotom. Ugotovite, koliko časa potrebujemo, da se hitrost ustali. Program naj vam izračuna tudi, kako se prepotovana pot spreminja s časom.

#### 3. naloga

Z Runge Kutta metodo reši diferencialno enačbo

$$y''' + 4y'' + 5y' + 2y = 2x^2$$

pri začetni vrednosti  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = -1$ ,  $y''(0) = 3$ . Uporabi različne velikosti koraka in primerjaj dobljene rešitve z analitično rešitvijo, ki je enaka

$$y = x^2 - 5x + \frac{17}{2} - e^{-x}(2x + 9) + \frac{3}{2}e^{-2x}$$

#### 4. naloga

Izračunaj časovno odvisnost gibanja dušenega matematičnega nihala. Gibanje nihala opisuje naslednja diferencialna enačba

$$y'' + \beta y' + \sin y = a \sin \omega_0 t$$

kjer je  $\beta$  koeficient dušenja,  $a$  in  $\omega_0$  pa amplituda in frekvenca vzbujanja. Problem reši za naslednje vrednosti parametrov (0,1 0,4 in 2 ter 0,1 0,4 in 0,1). Program naj vam izračuna hitrostni in odmik za različne čase in ga zapiše v datoteko. Podatke potem narišite z gnuplotom.

#### 5. naloga

Fermentacijo penicilina lahko opišemo z dvema diferencialnima enačbama. Prva nam pove, kako se spreminja celična masa ( $X$ ) spreminja s časom in druga, kako se spreminja količina penicilina ( $P$ )

$$\begin{aligned} X' &= aX(1 - bX) \\ P' &= cX - dP \end{aligned}$$

kjer so velikosti konstant enake  $a = 0,1$ ,  $b = 4,0$ ,  $c = 0,02$  in  $d = 0,02$ . Kako se količina penicilina spreminja s časom? Začetna količina penicilina je enaka 0 in začetna količina celične mase 0,18.